ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. XIII/XIV, 5 SECTIO H 1979/1980

Międzywydziałowy Instytut Ekonomiki i Organizacji Rolnictwa AR w Lublinie

Dionizy NIEZGODA

Ekonometryczny model końcowej produkcji rolniczej

Эконометрическая модель конечной сельскохозяйственной продукции

The Econometric Model of Final Agricultural Production

Celem podjętego opracowania jest weryfikacja założeń metodycznych, umożliwiających ujmowanie produkcji rolniczej jako ekonometrycznego modelu wykorzystującego współzależności oraz współzmienności między gałęziami i działami gospodarstwa. Proponowany tutaj ekonometryczny model produkcji końcowej dotyczy tylko określonej grupy gospodarstw i nie pretenduje do roli modelu ogólnie obowiązującego.

Wykorzystane dane liczbowe pochodzące z gospodarstw indywidualnych prowadzących książki rachunkowe dla IER na terenie byłego woj. lubelskiego służą do sprawdzenia przyjętych rozwiązań metodycznych. Są to dane z 90 gospodarstw. Dotyczą lat 1972/73 i 1973/74, a więc nie mogą być odnoszone do obecnej rzeczywistości. Obliczeń dokonano w Zakładzie Metod Numerycznych UMCS.

Podstawą rozważań będzie produkcja końcowa i jej elementy składowe. Wybór tej kategorii produkcji był podyktowany z jednej strony możliwością ujęcia obrotu wewnętrznego jako strumienia nakładu, a z drugiej dostępnością materiału liczbowego.

Budując wcześniej wspomniany model, posłużono się metodą funkcji produkcji. Za zastosowaniem tej metody przemawia m. in.:

1. Możliwość zbudowania modelu wielorównaniowego. Przy dużej ilości zmiennych zbudowanie jednej wieloczynnikowej funkcji produkcji nie spełni naszych oczekiwań. Wynika to stąd, że pary zmiennych mogą być opisane najlepiej przy pomocy różnych postaci funkcji, np. potęgowej, wielomianowej i innych oraz z powodu wysokiej ich współliniowości

(tab. 2). Natomiast funkcja wieloczynnikowa nie może mieć charakteru mieszanego w sensie ujmowania w jednym modelu zależności o postaci wielomianowej, potęgowej i innych. Taki zaś charakter modelu z teoretycznego punktu widzenia wydaje się być najbardziej właściwy.

2. Podstawą wyznaczania rozmiaru badanych elementów powinny być wielkości krańcowe a nie przeciętne. Dla każdej zaś wartości zmiennej można je ustalić w oparciu o funkcję produkcji.

3. Funkcja produkcji ze względu na swój stochastyczny charakter pozwala w możliwie wierny sposób uwzględnić główne elementy rzeczywistości gospodarczej w postaci modelu.

Przed przystąpieniem do czynności umożliwiających ujęcie w formie pewnej ekonometrycznej reguły produkcji końcowej, zapoznajmy się z danymi wyjściowymi. Umożliwiają to dane przedstawione w tabeli 1. Zestawiono w niej nasilenie wyrażone w zł/ha UR i obszar zmienności poszczególnych składników produkcji końcowej w analizowanej grupie gospodarstw.

Tab. 1. Produkcja końcowa gospodarstw z uwzględnieniem działów i gałęzi w zł/ha UR
Final production of farms by sectors and branches in zlotys/ha of farmland

Symbol zmiennej	Rodzaj zmiennej	Średnia arytmetyczna w zł/ha UR	Obszar zmienności
X_1	produkcja końcowa ogółem	18 660,88	7 635—39 094
X_2	produkcja roślinna razem	6 242,55	1 446—17 655
X_3	zboża razem	1 885,47	208—3 702
X_4	ziemniaki	915,68	61—5 619
X_5	buraki cukrowe	1 093,91	0—5 940
X_6	inne przemysłowe	1 132,31	0—11 870
X_7	pastewne	147,04	0—2 204
X_8	warzywa	386,31	0—3 235
X_9	sad	577,53	22—5 380
X_{10}	pozostałe rośliny	104,30	0—540
X_{11}	produkcja zwierzęca razem	12 418,33	4 099—27 634
X_{12}	mleko i jego przetwory	3 254,33	0—11 397
X_{13}	jaja kurze	1 614,33	69—19 116
X_{14}	żywiec	7 464,54	839—19 620
X_{15}	pozostałe zwierzęta	85,13	0—1 864

Z liczb zawartych w tabeli 1 wynika, że wartość produktów na 1 ha UR jest bardzo zróżnicowana. Na dwanaście rozpatrywanych produktów tylko pięć występuje w każdym gospodarstwie. Ponadto zmienność tego nasilenia jest duża. Występowanie jej pozwoli określić główne współzależności zachodzące między wymienionymi w tabeli 1 produktami. Ocenę ich zawiera tabela 2. Zamieszczono w niej współczynniki korelacji liniowej i krzywoliniowej. W przypadku gdy była istotna współzależność liniowa i nieliniowa, to wstawiano współczynnik dla pierwszej z wymienionych.

Tab. 2. Macierz współczynników korelacji dla badanych zmiennych[1]
Correlation coefficient matrix for the examined variables

Nr zmiennej	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}
X_1	1,0000														
X_2	,7104	1,0000													
X_3	,3697*	,3740	1,0000												
X_4	,1892	,1636	,0203	1,0000											
X_5	,4766	,5551	,1464	—,0918	1,0000										
X_6	,3559	,6934	,1018	—,1191	,0191	1,0000									
X_7	—,0378	,1186	,2925*	—,0555	,0340	,2404*	1,0000								
X_8	,2172	,3147*	—,2511	,0434	,2965*	,2781*	,2244	1,0000							
X_9	,5192	,4429	,1659	,0175	,3268	,0304	—,1286	,0394	1,0000						
X_{10}	—,1230	,0147	,3397*	—,0352	—,0162	—,0622	,2153	—,1142	—,0374	1,0000					
X_{11}	,9015	,3359	,3992	,4644*	,2965	,0500	—,1235	,2154	,4225	,2510*	1,0000				
X_{12}	,6487	,4708	,2754	0,0839	,5049	,0774	—,1348	,4136*	,5662	—,0956	,5788	1,0000			
X_{13}	,4428	,3720*	—,2397	—,0016	—,0532	,2504*	—,0855	,2714*	,2145	,3694*	,5646	,4555*	1,0000		
X_{14}	,6596	,2092	,0648	,3626*	,2057	,3064*	—,0457	,3108	,1442	—,3157	,7541	,2678	,3254*	1,0000	
X_{15}	,2739	—,0112	—,2332	,0021	—,0411	,0134	—,0586	,0102	,1767	,2266	,3735	—,0787	,8193	,3188*	1,0000

* Współczynnik zależności krzywoliniowej.

[1] Wartość krytyczna współczynników korelacji przy poziomie istotności $\alpha=0,05$ i $n=90$ wynosi 0,2050.

Z tabeli 2 wynika, że między produktami przeważają związki o charakterze liniowym. Ponadto są to związki głównie typu komplementarnego, na co wskazuje dodatni znak przy współczynniku korelacji liniowej. Wysoki jest również udział związków typu suplementarnego. W tym ostatnim przypadku współczynnik korelacji jest nieistotny przy założonym poziomie prawdopodobieństwa. Najmniej liczną grupę stanowią produkty konkurencyjne. Świadczą o tym ujemne współczynniki korelacji. Wynika stąd wniosek, że największą rolę w organizacji badanych gospodarstw odgrywają związki typu komplementarnego, właściwe gospodarstwom wielostronnym.

Współzależności w obrębie produktów zwierzęcych są bardziej nasilone niż w roślinnych, co jest zgodne z merytoryczną stroną tego zagadnienia i wypływa z bardziej ograniczonych możliwości wystąpienia określonych gałęzi produkcji zwierzęcej aniżeli roślinnej, ze względu na przetwórczy charakter tej pierwszej oraz duże zapotrzebowanie kapitału. Wskazuje to na większą labilność struktury produkcji roślinnej niż zwierzęcej.

Interesujące jest również i to, że wraz ze zwiększeniem stopnia agregacji danej zmiennej następuje zwiększanie się liczby jej powiązań z innymi cechami.

Istnienie statystycznie istotnych powiązań między cechami było podstawą do określenia ich współzmienności. Dla każdej z możliwych par zmiennych poszukiwano więc najlepiej opisującego je modelu funkcji. Z przyczyn technicznych ograniczono ich zakres do pięciu typów funkcji wielomianowej.

Wielorakość powiązań między gałęziami sprawia z jednej strony kłopoty przy budowie modelu produkcji, a z drugiej ułatwia go. W przypadku bowiem dużej liczby powiązań istnieje większe prawdopodobieństwo znalezienia szukanej zależności między produktami.

Po określeniu współzależności i współzmienności między wszystkimi parami zmiennych oraz ich merytorycznej analizie można przystąpić do budowy matematycznego modelu produkcji. Dokona się tego najpierw w odniesieniu do produktów uzyskanych w dziale produkcji roślinnej (X_2) i zwierzęcej (X_{11}). W tym przypadku produkcja roślinna jest agregatem składającym się z ośmiu produktów, zaś zwierzęca z czterech. Rozmiar każdego z nich ma wpływ na wielkość produkcji w działach. Od ostatnio wymienionych elementów organizacyjnych zależy poziom produkcji w całym gospodarstwie. Prawidłowość ta jest merytoryczną podstawą budowanego tu modelu. Model ten według działów ma postać następującą [2]:

[2] Znaczenie zmiennych podano w tabeli 1.

$$X_1 = 10938{,}4923 + 0{,}0002893X_2^2 - 0{,}00000001378X_2^3$$

$$R_{1\cdot 2}^2 = 0{,}5355 \qquad S_{1\cdot 2} = 5272{,}69$$

$$X_1 = 8218{,}4112 + 0{,}00009346X_{11}^2 - 0{,}000000002119X_{11}^3$$

$$R_{1\cdot(11)}^2 = 0{,}8104 \qquad S_{1\cdot(11)} = 3368{,}68.$$

Przedstawione zależności najlepiej opisuje niepełny wielomian trzeciego stopnia. Współzależność określa się tutaj przy pomocy współczynnika determinacji. Okazuje się przy tym, że jest on wyższy dla związku produkcji końcowej (X_i) z jej wartością w dziale produkcji zwierzęcej aniżeli roślinnej. Świadczy to z jednej strony o przywiązywaniu dużej wagi przez rolników do produktów pochodzenia zwierzęcego, a z drugiej o znacznej roli tego rodzaju produkcji w gospodarstwach indywidualnych.

Na podstawie wyżej podanych funkcji można obliczyć optymalną wielkość każdego z działów. W tym celu z zamieszczonych wyżej równań wyznaczamy pochodne względem X_2 oraz X_{11} i przyrównujemy je do zera.

Produkcja roślinna (X_2):

$$X_1' = 0{,}0005786X_2 - 0{,}00000004134X_2^2$$

stąd

$$0{,}0005786X_2 - 0{,}00000004134X_2^2 = 0.$$

Produkcja zwierzęca (X_{11}):

$$X_1' = 0{,}00018692X_{11} - 0{,}000000006357X_{11}^2$$

stąd

$$0{,}00018692X_{11} - 0{,}000000006357X_{11}^2 = 0.$$

Rozwiązanie tych równań pozwoliło wyznaczyć wartości liczbowe niewiadomych X_2 oraz X_{11}. Okazało się, że wielkość końcowej produkcji roślinnej powinna wynosić 13 996,13 a zwierzęcej 29 403,81 zł/ha UR. Przy tym tylko w ostatnio wymienionym rodzaju produkcji, obszar zmienności tej cechy został przekroczony o niecałe 1800 zł/ha (tab. 1). Jest to stosunkowo niewiele. Dlatego w dalszych rozważaniach posłużono się wyżej ustalonym rozmiarem tego działu.

W punktach odpowiadających określonemu wyżej nasileniu cech X_2 i X_{11}, wielkość przyrostu krańcowego produkcji końcowej, uzyskana dzięki zwiększeniu rozmiarów każdego z działów, jest równa zeru. W punktach tych wartość produkcji końcowej gospodarstwa osiągnie swoje maksimum. Wynika stąd, że najlepszy rozmiar produkcji końcowej działu roślinnego powinien wynosić 13 996,13 zł a zwierzęcego 29 403,81 zł na 1 ha UR. Przy tym ich nasileniu udział produkcji roślinnej w produkcji końcowej ogółem jest równy 32,25%, a zwierzęcej 67,75%. Przedstawiona proporcja między działami pozwala sądzić, że przeciętne gospodarstwo w analizowanej grupie powinno się specjalizować w produkcji zwierzę-

cej. Specjalizacja na poziomie działów występuje wówczas, gdy udział jednego z nich w produkcji końcowej gospodarstwa jest równy minimum 66%.[3]

Przedstawiony wyżej model produkcji wg działów dość dobrze opisuje rzeczywistość. Potwierdza to m. in. udział produkcji roślinnej (33,45%) i zwierzęcej (66,55%) w strukturze produkcji końcowej badanej grupy gospodarstw (tab. 4).

Z przeprowadzonej analizy wynika, że stosunkowo łatwo można określić stan równowagi w ujęciu statycznym w badanej grupie gospodarstw, posługując się wielkościami zagregowanymi.

Obecnie dokonamy próby określenia struktury produkcji w oparciu o wielkości rozagregowane tzn. poszczególne produkty. Interesujące przy tym jest sprawdzenie, czy procedura zastosowana przy określeniu struktury produkcji według działów może być również użyteczna w odniesieniu do produktów. W tym celu zostały przeanalizowane związki danego produktu (zmienna niezależna) z produkcją końcową (zmienna zależna). W wyniku takiego postępowania wyodrębniono te produkty, dla których możliwe było ustalenie optymalnego rozmiaru. W grupie tej znalazły się następujące zmienne: X_9, X_{12}, X_{13} i X_{14}. Okazało się więc, że tylko dla czterech produktów z dwunastu analizowanych można wyznaczyć optymalną ich wielkość. Sposób ich obliczania zostanie tu przedstawiony na przykładzie X_9.

Zależność między X_1 a X_9 najlepiej określa następujące równanie:

$$X_1 = 12890{,}6011 + 13{,}8217X_9 - 0{,}002185X_9^2.$$

Z równania tego wyznaczono pochodną względem X_9:

$$X_1' = 13{,}8217 - 0{,}004370X_9.$$

Po przyrównaniu tej pochodnej do zera okazało się, że najlepszy rozmiar tej działalności powinien wynosić:

$$X_9 = \frac{13{,}8217}{0{,}004370} = 3162{,}86 \text{ zł/ha UR.}$$

Wartość ta oznacza, że wielkość produktu końcowego z sadu przydomowego nie powinna przekraczać 3162,86 zł/ha UR. W przybliżeniu odpowiada to technicznej normie GUS. Powyżej tej wielkości staje się on sadem towarowym i konkuruje z innymi gałęziami.

Postępując w opisany wyżej sposób obliczono, że nasilenie zmiennej X_{12} powinno wynosić 12 832,61 zł/ha UR, X_{13} — 10 850,54 a X_{14} — 20 828,27 zł/ha UR. Odpowiednie równania zamieszczono w modelu pro-

---

[3] R. Manteuffel: *Specjalizacja a efektywność ekonomiczna gospodarstw.* „Zagadnienia Ekonomiki Rolnej", 1974, nr 2—3.

dukcji końcowej. Wielkość zmiennej X_{12} spełnia wymogi stawiane gospodarstwom specjalistycznym przy stawce ponad 4 zł za litr mleka.

Warto przy tym nadmienić, że spośród tych produktów tylko wielkość zmiennych X_{12} oraz X_{14} przekracza nieco obszar zmienności tych cech. Dlatego też ustalony wyżej ich rozmiar będzie wykorzystany przy budowie matematycznego modelu produkcji końcowej. Obserwuje się przy tym zdecydowaną przewagę możliwości ustalenia optymalnego rozmiaru produktów pochodzenia zwierzęcego. Wynika to z występowania większej liczby ograniczeń przy tego rodzaju produkcji.

W związku z przeprowadzonymi rozważaniami nasuwa się jeszcze jedna uwaga, wskazująca na brak możliwości wyznaczenia w badanej grupie gospodarstw struktury produkcji w oparciu o tok postępowania, jaki zastosowano przy ustalaniu jej według działów. Tylko część produktów występuje bowiem w rozmiarze optymalnym. Powstaje więc problem, jak ustalić wielkość pozostałych gałęzi. Łączy się on bezpośrednio z główną sprzecznością współczesnych metod planowania i statystyki, jaką jest bilansowanie się pozycji po ich zagregowaniu i niebilansowanie się ich po rozagregowaniu w konkretnych typach i rozmiarach produktów.[4] Sprzeczność ta narusza więc równowagę bilansową, będącą podstawą wszelkiego planowania. Stanowi ona również zasadniczą przeszkodę w prowadzonych tu rozważaniach. Można więc wyodrębnić następujące zagadnienia:

1) w jaki sposób dokonać dezagregacji zmienych X_2 i X_{11}, aby otrzymać strukturę produkcji według gałęzi,

2) jak wykorzystać w modelu wielorakość i wielostopniowość powiązań w obrębie gałęzi, działów oraz produkcji w całym gospodarstwie,

3) jaką wielkość powinna posiadać ta gałąź, dla której nie można wyznaczyć optymalnego jej rozmiaru.

Największą trudnością jest zatem dezagregacja zmiennych. Staramy się ją pokonać w oparciu o trzy przesłanki:

1. Między produktami występują wielorakie powiązania (tab. 2). Dlatego też rozmiar gałęzi, dla których nie można bezpośrednio z funkcji wyznaczyć ich optymalnej wielkości, określa się tu przy przeciętnych wzajemnych stosunkach istniejących między produktami w badanej zbiorowości gospodarstw. Stąd też ilość produktu jest tu pewnego rodzaju średnią. Zawiera ona w sobie wpływ pozostałych, związanych z nią bezpośrednio i pośrednio zmiennych.[5]

---

[4] Zbiór prac *Metody matematyczne w ekonomice i planowaniu rolnictwa*, pod red. K. Reya i A. Wosia, PWRiL, Warszawa 1965, s. 300.

[5] D. Niezgoda: *Ocena relacji podstawowych czynników produkcji na przykładzie gospodarstw indywidualnych*, „Roczniki Nauk Rolniczych", 1977, seria G-T-81, z. 3, s. 103.

2. Złożoność obserwowanej rzeczywistości oddaje w wierniejszy sposób model wielorównaniowy aniżeli jednorównaniowy o wielu zmiennych.

3. Gałęzie występujące w optimum wymagają określonego poziomu pozostałych. Oprócz nich uwzględniono także działy, ponieważ niektóre produkty nie wykazują powiązań z innymi, np. inne przemysłowe(X_6), tj. głównie chmiel i tytoń.

Przedstawione wyżej przesłanki oraz statystycznie i merytorycznie uzasadnione związki między produktami były podstawą opracowania gałęziowego modelu ekonometrycznego produkcji końcowej w badanej grupie gospodarstw. Oto on [6]:

$$X_3 \left[\begin{array}{l} X_{11}=27650,9142-0,2721X_3+0,01328X_3^2-0,000001894X_3^3 \\ \qquad R^2_{(11)\,.\,3}=0,1594 \qquad S_{(11)\,.\,3}=5330,42 \\ X_{13}=17059,9954-26,4882X_3+0,01311X_3^2-0,000001975X_3^3 \\ \qquad R^2_{(13)\,.\,3}=0,5500 \qquad S_{(13)\,.\,3}=1910,49 \end{array} \right.$$

$$X_{14}=8101,6042-1,9608X_4+0,0006531X_4^2$$
$$R^2_{(14)\,.\,4}=0,1315 \qquad S_{(14)\,.\,4}=3461,90$$

$$X^5 \left[\begin{array}{l} X_2=4987,0167+1,1728X_5 \\ \qquad R^2_{2\,.\,5}=0,3081 \qquad S_{2\,.\,5}=2939,62 \\ X_{11}=11853,6991-1,9028X_5+0,0006762X_5^2 \\ \qquad R^2_{(11)\,.\,5}=0,1669 \qquad S_{(11)\,.\,5}=5276,02 \end{array} \right.$$

$$X_6 \left[\begin{array}{l} X_2=5120,3495+1,0153X_6 \\ \qquad R^2_{2\,.\,6}=0,4808 \qquad S_{2\,.\,6}=2546,42 \\ X_{14}=8038,5813-2,7723X_6+0,0007012X_6^2-0,00000004121X_6^3 \\ \qquad R^2_{(14)\,.\,6}=0,0939 \qquad S_{(14)\,.\,6}=3554,35 \end{array} \right.$$

$$X_8 \left[\begin{array}{l} X_{11}=5465,6121+34,4684X_8-0,02326X_8^2+0,000004126X_8^3 \\ \qquad R^2_{(11)\,.\,8}=0,3972 \qquad S_{(11)\,.\,8}=4513,78 \\ X_{12}=1837,3098+8,0870X_8-0,006423X_8^2+0,000001185X_8^3 \\ \qquad R^2_{(12)\,.\,8}=0,1711 \qquad S_{(12)\,.\,8}=2030,32 \end{array} \right.$$

$$X_1=12890,6011+13,8217X_9-0,002185X_9^2$$
$$R^2_{1\,.\,9}=0,4260 \qquad S_{1\,.\,9}=5861,06$$

$$X_{10} \left[\begin{array}{l} X_{11}=13594,3041-0,1301X_{10}^2+0,0002469X_{10}^3 \\ \qquad R^2_{(11)\,.\,(10)}=0,0630 \qquad S_{(11)\,.\,(10)}=5595,26 \\ X_{13}=1999,8232-0,08340X_{10}^2+0,0002033X_{10}^3 \\ \qquad R^2_{(13)\,.\,(10)}=0,2203 \qquad S_{(13)\,.\,(10)}=2500,26 \\ X_{14}=8511,4933-10,0379X_{10} \\ \qquad R^2_{(14)\,.\,(10)}=0,0997 \qquad S_{(14)\,.\,(10)}=3502,60 \end{array} \right.$$

[6] Znaczenie zmiennych podano w tabeli 1. Poziom istotności $\alpha=0,05$ przy $n=90$.

$$X_1 = 14090{,}7302 + 0{,}0004408X_{12}^2 - 0{,}00000002290X_{12}^3$$
$$R^2_{1\,.\,(12)} = 0{,}4229 \qquad S_{1\,.\,(12)} = 5876{,}66$$

$$X_1 = 10552{,}9515 + 7{,}1802X_{13} - 0{,}0003324X_{13}^2$$
$$R^2_{1\,.\,(13)} = 0{,}5790 \qquad S_{1\,.\,(13)} = 5019{,}34$$

$$X_1 = 11645{,}6486 + 0{,}0001574X_{14}^2 - 0{,}000000005038X_{14}^3$$
$$R^2_{1\,.\,(14)} = 0{,}4476 \qquad S_{1\,.\,(14)} = 5750{,}10$$

$$X_{13} - 1306{,}7105 - 11{,}9516X_{15} + 0{,}03284X_{15}^2 - 0{,}00001135X_{15}^3$$
$$R^2_{(13)\,.\,(15)} = 0{,}8330 \qquad S_{(13)\,.\,(15)} = 1163{,}87.$$

Przedstawiony model ekonometryczny produkcji końcowej zapewnia więc równowagę względną w przeciwieństwie do zaprezentowanego wcześniej, dotyczącego działów. Wynika z niego, że niektóre zmienne, np. zboża (X_3), można było opisać przy pomocy dwu funkcji ze zmiennymi X_{11} oraz X_{13}. Rozmiar ostatnio wymienionych zmiennych jest, jak wykazano wcześniej, łatwy do ustalenia. Dlatego też wielkość X_3 obliczamy w następujący sposób:

$$X_{11} = 27650{,}9142 - 0{,}2721X_3 + 0{,}01328X_3^2 - 0{,}000001894X_3^3$$

gdy:

$$X_{11} = 29403{,}81 \text{ zł/ha UR}$$

to:

$$29403{,}81 = 27650{,}9142 - 0{,}2721X_3 + 0{,}01328X_3^2 - 0{,}000001894X_3^3.$$

Po redukcji wyrazów podobnych otrzymamy równanie trzeciego stopnia z jedną niewiadomą. Rozwiązanie tego równania oraz weryfikacja merytoryczna uzyskanych wyników pozwala ustalić poziom zbóż ze względu na ich związek z produkcją zwierzęcą (X_{11}). W tym przypadku jest on równy 2052,92 zł/ha UR.

Podobnie postępujemy z równaniem drugim, tzn.:

$$X_{13} = 17059{,}9954 - 26{,}4882X_3 + 0{,}01311X_3^2 - 0{,}000001975X_3^3$$

gdy

$$X_{13} = 10850{,}54$$

to:

$$10850{,}54 = 17059{,}9954 - 26{,}4882X_3 + 0{,}01311X_3^2 - 0{,}000001975X_3^3$$

stąd

$$X_3 = 2088{,}42 \text{ zł/ha UR.}$$

Obliczona na podstawie wyznaczonych wartości X_3 średnia arytmetyczna wynosi 2070,67 zł/ha UR. W ten sposób określono nasilenie pozostałych gałęzi „uzupełniających". Są one więc wielkościami, wyliczonymi w oparciu o przeciętne relacje, występujące między produktami analizowanej grupy gospodarstw. Wynika stąd, że każdy związek funkcyjny dwu cech posiada względnie tę samą wagę znaczeniową. W przypadku

zaś, gdy określona z równania wielkość poszukiwanej cechy przekraczała znacznie obszar jej zmienności, rezygnowano z uwzględnienia tej funkcji w modelu. Dlatego też nasilenie danej zmiennej jest tutaj ustalone w oparciu o różną liczbę równań. Przedstawiony wyżej sposób postępowania jest jedną z kilku możliwości. Znalezienie najlepszego sposobu pokonywania trudności związanych z obliczaniem nasilenia gałęzi lub nakładów, dla których nie można wyznaczyć ich optymalnej wielkości, pozwoliłoby w szerszym zakresie wykorzystywać metodę funkcji produkcji do racjonalizacji gospodarowania. Wspomniana trudność dotyczy zarówno strony merytorycznej jak i ekonometrycznej. Ta ostatnia wynika stąd, że dotychczas nie udało się znaleźć takiej metody, która pozwalałaby obliczyć rzeczywisty efekt danej zmiennej. Każdorazowo jest on inny w zależności od kompleksu zmiennych uwzględnionych w analizie. Dlatego też, wartość szukanej cechy wyznacza się tutaj na podstawie wszystkich możliwych i istotnych współzależności spośród rozpatrywanych piętnastu zmiennych. Z merytorycznego punktu widzenia wynika, że w gospodarstwie są gałęzie odgrywające większą rolę, tj. „główne", i dla tych można było ustalić optimum, oraz „uzupełniające" bez takiej możliwości.

W zamieszczonym wyżej modelu nie została ujęta zmienna X_7 (pastewne). Spowodowane to było brakiem istotnego związku tej zmiennej z pozostałymi gałęziami lub działami, dla których można było wyznaczyć optimum. Poza tym bezwzględna wartość tej zmiennej jest stosunkowo niska (tab. 1).

Oszacowane i przedstawione w modelu zależności oraz podany wcześniej sposób obliczenia nasilenia poszczególnych gałęzi umożliwiły zbudowanie modelu struktury produkcji końcowej w dziale produkcji roślinnej i zwierzęcej. Zestawiono go w tabeli 3.

Z przedstawionych w tabeli danych wynika, że najwyższy udział w produkcji roślinnej powinny mieć buraki cukrowe (X_5), ziemniaki (X_4) oraz inne przemysłowe (X_6). Są to więc rośliny dające z 1 ha wysoki dochód. Z tego względu uważa się je za właściwe dla tych gospodarstw, w których czynnik ziemi jest w minimum, a tak właśnie jest w woj. lubelskim. W produkcji zwierzęcej najwyższy procent w strukturze przypada na żywiec (X_{14}) oraz mleko (X_{12}), co jest również zgodne z rzeczywistością.

Należy tutaj nadmienić, że proporcja między działem produkcji roślinnej i zwierzęcej jest nieco inna aniżeli wyznaczona z właściwego im modelu produkcji. Rozbieżność jest jednak stosunkowo niewielka, biorąc pod uwagę pewien wpływ niezbędnych zaokrągleń. Wynosi bowiem ona niecałe 7% na korzyść produkcji roślinnej. Dzięki temu, proporcje występujące między produktami (tab. 3) możemy przenieść, nie popełniając

Tab. 3. Struktura gałęzi w dziale produkcji roślinnej i zwierzęcej obliczona w oparciu o jej model matematyczny w procentach

Branch structure in plant and animal production calculated on the basis of its mathematical model in per cent

Symbol zmiennej	Rodzaj produktu	Udział produktu w prod. końcowej danego działu w procentach
X_3	zboża razem	7,10
X_4	ziemniaki	21,12
X_5	buraki cukrowe	24,62
X_6	inne przemysłowe	19,46
X_7	pastewne	—
X_8	warzywa	14,06
X_9	sad	10,84
X_{10}	pozostałe roślinne	2,80
	razem produkcja roślinna	100,00
X_{12}	mleko i jego przetwory	28,45
X_{13}	jaja kurze	24,05
X_{14}	żywiec	46,18
X_{15}	pozostałe zwierzęce	1,32
	razem produkcja zwierzęca	100,00

Tab. 4. Modeloda i rzeczywista struktura produkcji końcowej w badanych gospodarstwach (w procentach)

Model and real structure of final production in examined farms (in per cent)

Nr zmiennej	Wyszczególnienie	Struktura produkcji końcowej (w procentach)		Różnica w stosunku do rzeczywistej
		rzeczywista	modelowa	
X_1	produkcja końcowa ogółem	100,00	100,00	—
X_2	razem produkcja roślinna	33,45	32,25	−1,20
X_3	razem zboża	10,10	2,29	−7,81
X_4	ziemniaki	4,91	6,81	+1,90
X_5	buraki cukrowe	5,86	7,94	+2,08
X_6	inne przemysłowe	6,07	6,28	+0,21
X_7	pastewne	0,79	—	−0,79
X_8	warzywa	2,07	4,53	+2,46
X_9	sad	3,09	3,50	+0,41
X_{10}	pozostałe roślinne	0,56	0,90	+0,34
X_{11}	razem produkcja zwierzęca	66,55	67,75	+1,20
X_{12}	mleko i jego przetwory	17,44	19,28	+1,84
X_{13}	jaja kurze	8,65	16,29	+7,64
X_{14}	żywiec	40,00	31,29	−8,71
X_{15}	pozostałe zwierzęce	0,46	0,89	+0,43

dużego błędu, do zaplanowanej optymalnej wielkości działów na podstawie właściwego im modelu. Wyniki tej adaptacji zamieszczono w tabeli 4.

Z liczb zestawionych w tej tabeli wynika, że między strukturą produkcji ujętą w postaci modelu a rzeczywiście obserwowaną w badanych gospodarstwach występują w zasadzie niewielkie różnice. Najwyraźniej wystąpiły one w odniesieniu do trzech produktów, tj.: zboża (X_3), jaj kurzych (X_{13}) oraz żywca (X_{14}). Przyczyny tych rozbieżności wyjaśniają związki, jakie zachodzą między tymi produktami.

Wzrost produkcji jaj kurzych związany jest ze zwiększeniem się przede wszystkim ilości skarmianego zboża, a więc jego zmniejszeniem w strukturze produkcji końcowej. Współczynnik korelacji liniowej między tymi zmiennymi jest ujemny i wynosi —0,2397. W strukturze produkcji produkty te wzajemnie się zastępują. Wzrost więc jednego produktu powoduje spadek drugiego.

Na zmniejszenie udziału żywca w strukturze istotny wpływ ma również jego związek z produkcją jaj kurzych. Zależność między tymi produktami ma charakter krzywoliniowy. Opisuje go następujące równanie:

$$X_{14} = 4110{,}0669 + 3{,}2152X_{13} - 0{,}0001773X_{13}^2$$

$$R^2_{(14)\cdot(13)} = 0{,}4735.$$

Z równania tego wyznaczamy pochodną ze względu na X_{13}:

$$X_{14}' = 3{,}2152 - 0{,}0003546X_{13}.$$

Po przyrównaniu tej pochodnej do zera obliczamy, że X_{13} jest równe 9067,12 zł/ha UR. Oznacza to, że dalszy wzrost produkcji jaj kurzych ponad tę wartość powoduje spadek produkcji żywca (X_{14}). W gałęziowym modelu optymalna wielkość produkcji jaj kurzych na 1 ha UR wynosi 10850,54 zł, czyli powyżej wartości wyznaczonej ze związku między tymi produktami. Wskazuje to na zmianę charakteru związku między jajami kurzymi a żywcem z komplementarnego na konkurencyjny. Przekroczenie wspomnianej wyżej granicy przez jaja kurze przyczyniło się w głównej mierze do spadku udziału żywca w planowanej strukturze produkcji. Zamiana ta jest uzasadniona wyższą opłacalnością produkcji jaj kurzych aniżeli żywca.

Zmiany w strukturze produkcji końcowej inaczej niż w globalnej powinny więc zmierzać w kierunku zmniejszenia udziału zbóż i żywca a zwiększenia produkcji jaj kurzych. Są one bowiem korzystne z punktu widzenia ekonomicznej efektywności gospodarowania.

W strukturze, jaka była w badanych gospodarstwach, udział gałęzi głównych wynosił 69,08%, a w modelowej 70,77%. Upoważnia to do stwierdzenia, że nowa struktura jest optymalna w 70,77%.

Weryfikacji merytorycznej otrzymanych wyników dokonano tutaj przez porównanie modelowej struktury produkcji i rzeczywiście występującej w badanych gospodarstwach (tab. 4). Niewielka stosunkowo różnica obydwu struktur oraz umiejętność uzasadnienia ich przyczyn, jak też przesunięcia dające większą efektywność nowej struktury, potwierdzają słuszność przyjętych założeń oraz zastosowanej metody do budowy tego modelu. Było to, jak wiadomo, głównym celem tego opracowania. Należy dodać jeszcze, że podstawą rozwiązań metodycznych były gospodarstwa wielostronne. Zaproponowana metoda może być jednak z powodzeniem stosowana i w gospodarstwach specjalistycznych.

Dokonane wyżej rozważania, oprócz poczynionych uwag, upoważniają do stwierdzeń bardziej ogólnych. Wydaje się, że metoda funkcji produkcji może częściowo eliminować główną wadę współczesnych metod planowania. Wskazuje na to m. in. mała rozbieżność między modelem opracowanym według działów oraz gałęzi. Opracowywanie takich modeli z roku na rok pozwoliłoby służbie rolnej racjonalizować strukturę produkcji w gospodarstwach rolniczych metodą kolejnych przybliżeń. Postępowanie takie korespondowałoby wówczas z zasadą optymalności sformułowaną przez Bellmana.[7] Ocena tak postawionego zagadnienia będzie przedmiotem dalszych badań autora.

РЕЗЮМЕ

Предпринята попытка разработки эконометрической модели конечной сельскохозяйственной продукции на примере единоличных хозяйств.

Основой для определения модели вышеназванной категории продукции служили оцененные при помощи метода функции продукции зависимости типа продукт : продукт. Такую модель легче определить для агрегированных величин, чем для разагрегированных. Благодаря примененной в работе процедуре, разница между моделью, установленной по областям, а потом по отраслям, составляла лишь 7%, т.е. сравнительно немного. Мериторическая оценка модели проводилась при помощи сравнения ее с данными, полученными в исследуемой группе хозяйств. Изменения, которые выступили по отношению к действительной структуре, вызвали улучшение ее эффективности.

Нам кажется, что при помощи метода функции продукции можно исключить основное противоречие в техниках планирования, вытекающее из нарушения балансового равновесия при переходе от агрегированных величин к разагрегированным.

[7] *Metody matematyczne...*, s. 560.

SUMMARY

The article constitutes an attempt to construct an econometric model for the final agricultural production on the example of individual private farms.

The relations of the product: product type, estimated by means of the production function method, served as a basis for the derivation of a multi-equational model of the above category of production. It would be easier to construct such a model for aggregated rather than disaggregated values. As a result of the procedure applied in the analysis, the difference between the model determined first by sectors and then by branches was relatively small since it was below 7%. The substantiated estimation of the models was carried out by comparing them with the data from the examined groups of farms; changes in the relation to the actual structure improved its effectiveness.

It seems that by means of the production function method one may eliminate the basic contradiction in planning techniques which results from the balance disturbed by passing from the aggregated to disaggregated values.